

## Matériaux pour rames d'aviron

La démarche de conception est centrée ici sur l'innovation : en quoi la connaissance des matériaux va-t-elle permettre d'inventer des solutions innovantes à un problème technologique précis ?

### 1. Analyse fonctionnelle et rédaction du cahier des charges.

1.a) *Quels moyens imaginez-vous pour la propulsion d'un bateau ? Sur quels principes mécaniques ces moyens reposent-ils ?*

Il existe évidemment de nombreux moyens de propulser un bateau :

- propulsion par rames (réaction de l'eau)
- propulsion par perches (réaction du sol)
- propulsion par voiles (action du vent)
- propulsion par machine à vapeur : roue à aubes, hélices... (réaction de l'eau + énergie chimique ou nucléaire)

Quelques données historiques :

- L'invention du bateau propulsé par rames est attribuée aux Egyptiens, dès 3300 avant notre ère et peut-être avant.
- Les courses d'aviron sur la Tamise à Londres datent de 1715 et la première des célèbres courses entre Oxford et Cambridge a eu lieu en 1829.
- L'introduction de l'aviron comme sport olympique en 1900 a donné à ce sport les moyens d'utiliser les meilleurs matériaux disponibles, ce qui a généré des avancées technologiques importantes.

1.b) *On va se focaliser sur la propulsion par rames. Faites l'analyse fonctionnelle d'une rame. Vous répondrez en particulier aux questions suivantes :*

- *Quelle est la fonction de la rame ?*
- *Comment une rame est-elle sollicitée en service ? Quelles sont les conditions aux limites ?*
- *Que cherche-t-on à maximiser ou minimiser ici (« sollicitations dimensionnantes ») ?*

Fonction de la rame : transmettre à l'eau les efforts du rameur.

Sollicitation en service : la rame est principalement sollicitée en flexion et en torsion.

Sollicitations dimensionnantes : les sollicitations dimensionnantes sont la masse et le coût. La rigidité est importante, ainsi que la limite à rupture (éviter les matériaux trop fragiles). La rigidité est fixée car c'est elle qui donne les « sensations » au rameur, qui cherche la reproductibilité pour s'habituer facilement à un nouveau matériel. Pour information : la rigidité est testée en suspendant une masse de 10 kg à 2,05 m du collier (fixation sur le bateau). Une rame rigide se déforme de 30 mm, une rame peu rigide se déforme de 50 mm. La gamme de rigidité d'une rame est donc relativement bien définie.

On cherche donc une masse minimale, à un coût raisonnable. On s'intéressera ici à la partie « tige » qui est essentiellement soumise à des efforts de flexion. Les conditions aux limites sont données sur la Figure 2.

1.c) *Rédaction du cahier des charges. En vous appuyant sur la géométrie générale donnée sur les figures 1 et 2,*

- listez les différents attributs de la rame : comment est-elle caractérisée en termes de géométrie et de propriétés ?
- En termes d'astreintes, quelles sont les propriétés qu'il faut « juste satisfaire » mais non nécessairement « optimiser » ? Les astreintes liées à ces propriétés sont-elles fortes ou légères ?
- Quelle est la propriété « d'objectif », c'est-à-dire celle qui fait qu'un matériau sera meilleur qu'un autre pour cette application ?
- Précisez la géométrie choisie. Quelles sont les variables géométriques fixées par le problème et les variables géométriques libres ?

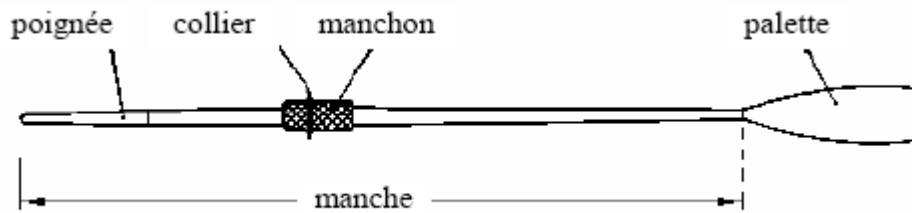


Figure 1 : Structure d'une rame d'aviron

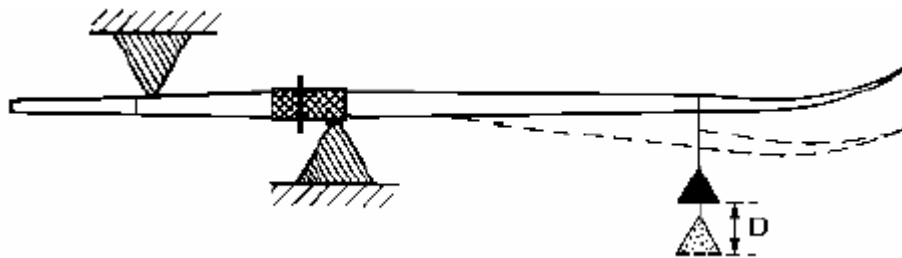


Figure 2 : Mesure de la rigidité d'une rame d'aviron

Attributs de la rame :

- masse,
- longueur, section, géométrie de la section,
- ténacité, rigidité, résistance à la ruine plastique, à la rupture,
- résistance à la corrosion par l'eau,
- non-toxicité
- coût...

Astreintes : il existe des astreintes fortes :

- imperméabilité à l'eau, résistance à la corrosion : doivent être excellentes ;
- énergie à rupture d'au moins 1 kJ/m<sup>2</sup> ou ténacité d'au moins 15 MPa.m<sup>1/2</sup>,
- non-toxicité,
- résistance à la ruine plastique : ne pas plastifier sous le chargement imposé en service ;
- rigidité fixée.

Ne pas satisfaire ces contraintes fortes est rédhibitoire : il est impossible de sélectionner une telle solution. Il existe aussi des contraintes plus légères, donc négociables en fonction des performances : le coût (par exemple < 100 euros par kg).

Fonction d'objectif : la propriété objectif n'est pas une contrainte. On ne cherche pas la rame la plus solide possible (on tolère d'en changer de temps en temps), ni la moins chère possible (on vise le marché de la compétition de haut niveau, seul à pouvoir s'offrir les dernières innovations). La fonction objectif est ici la **masse**, qui évite une trop grande surface mouillée donc de trop grands efforts de traînée. On s'apercevra cependant, lors de l'analyse des solutions, qu'il faut éviter les matériaux qui refusent de s'enfoncer dans l'eau (trop légers)...

Géométrie : la longueur des rames est fixée : 2,98 m pour les rames de couple (2 par rameur) et 3,81 m pour les rames de pointe (1 par rameur). La section est libre... dans des limites raisonnables : la rame doit être facile à manipuler !

Pour la modélisation, on choisit par exemple un cylindre plein de section circulaire. Noter que ce n'est pas la meilleure structure en termes de rigidité (une section creuse serait meilleure) mais qu'on évite les problèmes de flambement.

## 2. Modélisation et calcul de l'indice de performance

On s'intéresse ici à la partie « tige » de la rame, qui est essentiellement soumise à des efforts de flexion. On considérera un cylindre plein de section circulaire constante.

2.a) *Exprimez la fonction d'objectif en fonction de la géométrie et des propriétés matériau.*

La masse est le produit du volume par la masse volumique. Le volume est le produit de la section par la longueur. Seule la section n'est pas fixée (ainsi évidemment que la masse volumique, nous sommes en train de sélectionner le matériau !)

L'équation est :  $m = \pi \cdot r^2 \cdot L \cdot \rho$ , avec  $m$  la masse,  $r$  le rayon,  $L$  la longueur et  $\rho$  la densité du matériau.

2.b) *Une des variables n'est pas connue. En utilisant le cahier des charges et les formulaires ci-joints, trouvez une équation permettant d'éliminer la variable inconnue dans la fonction objectif.*

*Déduisez-en la formulation de la fonction d'objectif en identifiant bien les contributions respectives de la géométrie, des spécifications fonctionnelles et des propriétés matériau.*

C'est le rayon  $r$  qui est inconnu ici, il faut donc utiliser une autre équation pour le déterminer.

On utilise l'astreinte en rigidité, qui est considérée comme plus critique que l'astreinte sur la ruine plastique. Il faudra évidemment vérifier, après sélection, que l'astreinte sur la ruine plastique est également satisfaite.

On utilise la formule de résistance des matériaux qui correspond à une situation de flexion avec encastrement ( $C_1 = 1$ ) qui paraît le plus réaliste.

On a alors :

$$\delta = \frac{M \cdot L^2}{C_1 \cdot E \cdot I}, \text{ d'où } I = \frac{\pi \cdot r^4}{4} = \frac{M \cdot L^2}{C_1 \cdot E \cdot \delta} \text{ et } r^2 = \left( \frac{4 M \cdot L^2}{\pi C_1 E \delta} \right)^{1/2}$$

On en déduit finalement que  $m =$

$$= \pi L \rho \left( \frac{4 M \cdot L^2}{\pi C_1 E \delta} \right)^{1/2} = \frac{2}{\pi^{1/2} C_1^{1/2}} \cdot \frac{M^{1/2} L^2}{\delta^{1/2}} \cdot \frac{\rho}{E^{1/2}}$$

2.c) *Quel est l'indice de performance à maximiser pour trouver les meilleures solutions ?*

Dans l'expression précédente, on a séparé les constantes (première fraction), les données connues (moment de flexion, flèche, longueur de flexion) et les paramètres matériau. Les deux propriétés du matériau qui interviennent dans la fonction objectif sont donc le module d'Young et la densité. L'indice de performance à maximiser est donc :

$$IP = \frac{E^{1/2}}{\rho}$$

Indications :

Calcul d'une flèche  $\delta$  sous un moment  $M$  fixé :  $\delta = \frac{ML^2}{C_1 EI}$

où  $I$  est le moment d'inertie de la poutre et  $E$  est le module d'Young du matériau. La constante  $C_1$  (sans unité) est donnée dans le Tableau 1 et le moment d'inertie est donné dans le Tableau 2. Les conditions d'essai de rigidité sont montrées sur la Figure 2.

On considère que la poutre est défaillante par plasticité lorsque la limite d'élasticité  $\sigma_y$  est localement atteinte. On écrit la valeur du moment critique :  $M_f = \frac{I}{\gamma_m} \sigma_y$

où  $\gamma_m$  est la distance de la fibre neutre (en flexion) à la surface extérieure de la poutre (typiquement la moitié de l'épaisseur de la section).

TABLEAU 1 : FORMULAIRE DE RESISTANCE DES MATERIAUX : RIGIDITE EN FLEXION

Conditions aux limites	$C_1$
Poutre encastrée à une extrémité, chargée à l'autre	1
Poutre encastrée à une extrémité, chargée uniformément dans la longueur	8
Poutre fixée par deux rotules, appui central	48
Poutre encastrée aux deux extrémités, appui central	192

TABLEAU 2 : FORMULAIRE DE RESISTANCE DES MATERIAUX : MOMENT D'INERTIE

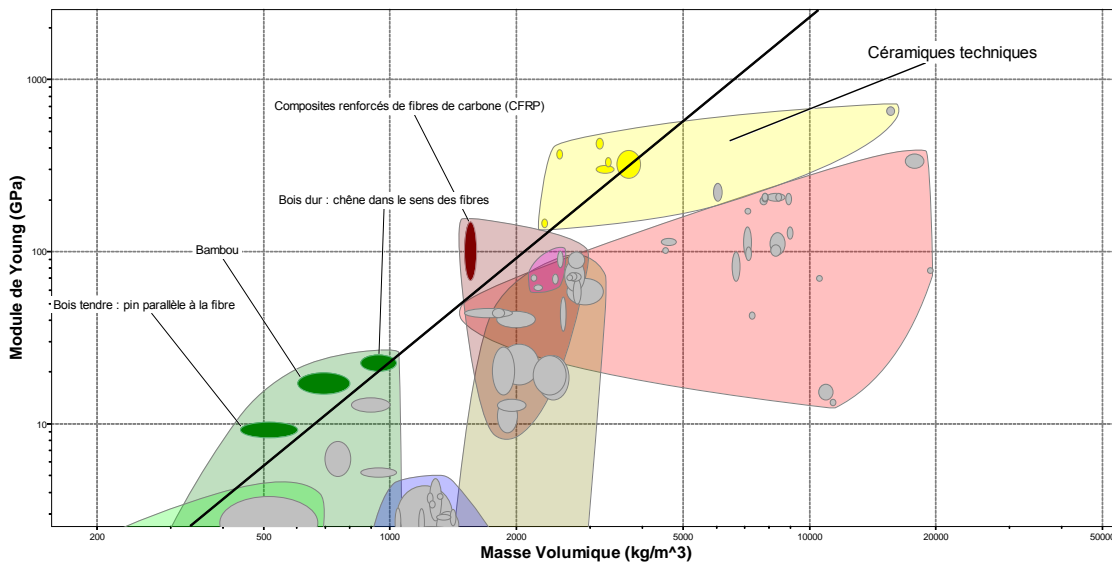
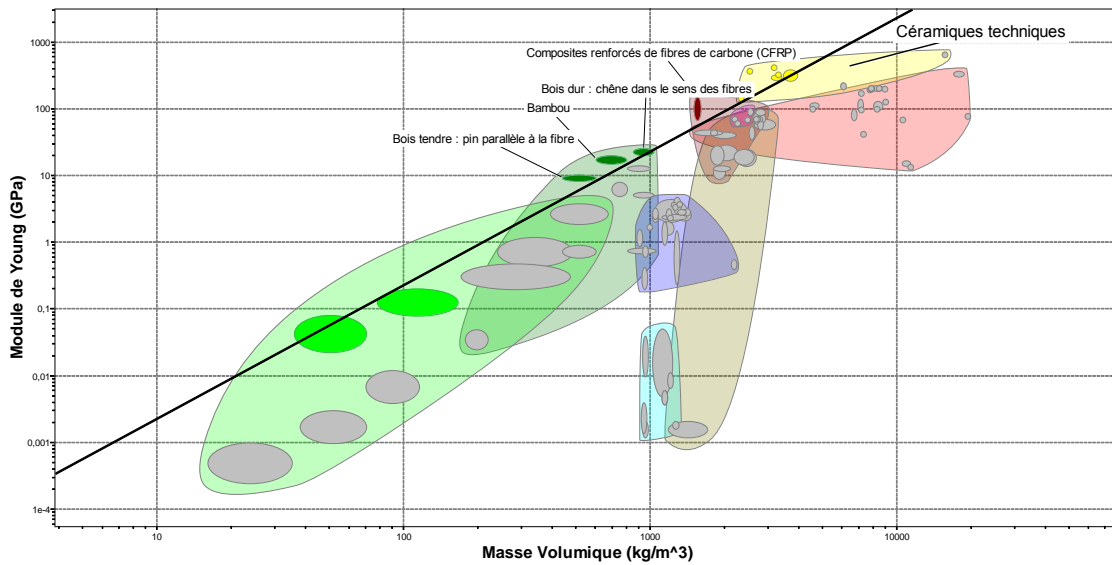
Géométrie de la section	$I$ (en $m^4$ )
Disque plein, de rayon $r$	$\frac{\pi \cdot r^4}{4}$
Carré plein, de côté $a$	$\frac{a^4}{12}$
Triangle équilatéral plein, de côté $a$	$\frac{a^4}{32\sqrt{3}}$

### 3. Sélection des matériaux

3.a) A partir des indices de performances calculés dans la partie précédente, tracez dans le logiciel CES Edupack les diagrammes qui vous paraissent les plus pertinents pour la

sélection des matériaux pour la rame d'aviron ? Utilisez le « bon » diagramme pour trouver les « meilleures » solutions. Listez celles-ci.  
 Certaines solutions doivent évidemment être rejetées. Pourquoi ?

Le diagramme à utiliser pour classer les solutions est le diagramme liant le module d'Young et la densité. Il ne faut cependant pas oublier les autres contraintes, en particulier la ténacité et le coût.  
 Pour classer les solutions, on utilise des iso-valeurs de l'indice de performance IP. On les obtient en traçant des droites de pente 1/2 dans le diagramme liant le module d'Young et la densité.



Les solutions qui apparaissent comme les meilleures sont les suivantes :

- les céramiques techniques
- le bois, dont le bambou
- les composites à matrice polymère et renforts de fibres de carbone

Parmi ces candidats, les céramiques techniques sont trop fragiles et trop chères. On garde donc a priori le bois et les composites à matrice polymère renforcés par des fibres. Attention aux bois très légers, comme le bambou : la rame doit pouvoir être enfoncée dans l'eau pour jouer son rôle !

3.b) *On ajoute le diagramme 3, qui donne des indications sur la résistance de différents matériaux à l'environnement et au rayonnement UV. Utilisez ces données pour affiner encore votre sélection, et donnez la liste finale des familles de matériaux sélectionnées.*

Ces deux familles de matériaux (composites à matrice polymère renforcée par des fibres de carbone) résistent assez bien aux UV et dans l'eau salée ou aérée. Pour l'étanchéité, il faudra sans doute protéger le bois !

3.c) *Commentez la faisabilité des différentes solutions choisies et comparez avec ce qui existe sur le marché.*

Vérifions à présent que les autres contraintes sont également satisfaites :

- Résistance à la rupture brutale : on vérifie ici la valeur de la ténacité. Les composites sont largement assez tenaces. Les bois, dont la structure fibreuse est particulièrement anisotrope, souffrent d'un manque de ténacité perpendiculairement aux fibres mais la rame ne sera pas sollicitée dans cette direction. Il faut donc se fier à la ténacité parallèlement aux fibres, qui reste un point faible de cette famille de matériaux.
- Résistance à la ruine plastique : il faut calculer que pour une section standard, la contrainte ne dépasse pas la limite d'élasticité du matériau. On utilise pour cela le calcul du moment à la défaillance. En supposant une section de 3 cm de rayon (cela sous-estime la section réelle donc le calcul est conservatif) et une force de 400 N appliquée par le rameur d'un côté, donc par l'eau de l'autre, un bras de levier de l'ordre de 3m (cf. rames de pointe, si on retire la palette et la partie de la rame tenue par le rameur), on aboutit au calcul suivant : moment appliqué : 1200N.m ; moment d'inertie de la section :  $6,36 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4$ , contrainte : 57 MPa. La limite d'élasticité du matériau, pour un utilisateur « extrême », doit donc être supérieure à 57 MPa. C'est le cas des composites et de nombreux bois, du moins dans le sens qui nous intéresse ici (parallèle aux fibres).

Analyse du marché :

- Les rames en bois sont toujours utilisées. Ce sont des bois durs (frêne) qui sont vernis après fabrication. Le frêne est bien le bois qui convient le mieux, d'après les diagrammes ci-dessus. Ces rames sont faites à la main, ce qui induit des coûts élevés : de l'ordre de 250 dollars par rame. La qualité du bois varie non seulement d'une essence à autre mais même d'un arbre à l'autre et ce matériau peut « travailler » s'il est stocké en milieu humide.
- Les rames en composite sont souvent hybrides, avec une partie externe renforcée par des fibres de verre et une partie interne renforcée par des fibres de carbone. Elles sont plus reproductibles, en termes de performances.

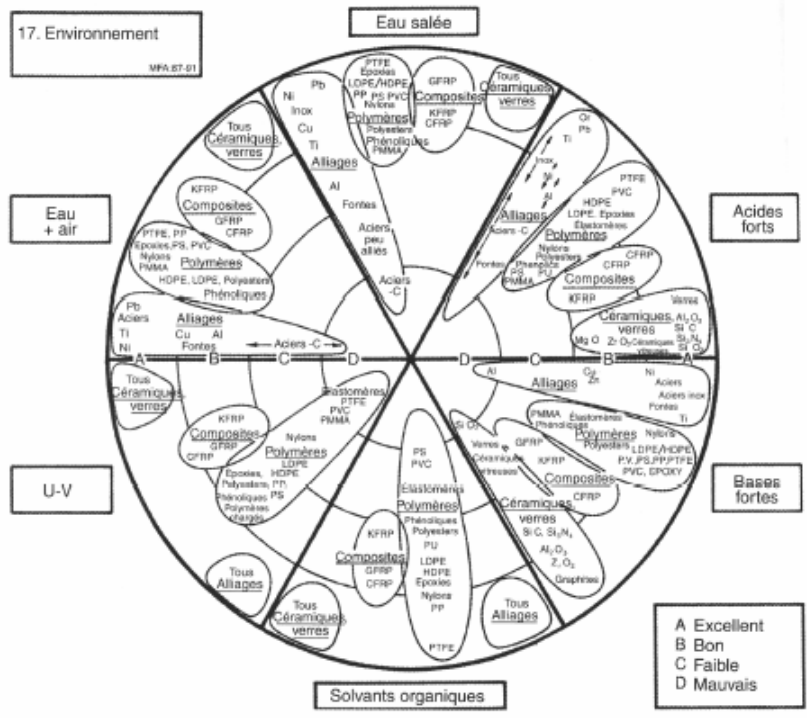


Figure 3 : Diagramme de résistance à l'environnement et au rayonnement UV