ENSICAEN

Spécialité Electronique et Physique Appliquée

Deuxième année, majeure SATE

Examen de Commande Prédictive

Lundi 4 Janvier 2021, durée : 1h30

Documents autorisés : polycopié de cours et documents manuscrits personnels

---

Le sujet contient 2 exercices qui sont indépendants.

1 Exercice 1

On considère le système décrit par le modèle suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d-1}B(q^{-1})u(t) + v(t) \tag{1}$$

avec le modèle de perturbations suivant :

$$D(q^{-1})v(t) = C(q^{-1})\gamma(t) \tag{2}$$

On souhaite déterminer la loi de commande prédictive à un pas qui minimise le critère quadratique suivant

$$J(u(t)) = \varepsilon\left\{\left(y_f(t+d+1) - y_f^*(t+d+1)\right)^2 + \lambda u^2(t)\right\} \tag{3}$$

où $\varepsilon\{.\}$ désigne l'espérance mathématique et les séquences $y_f(t)$ et $y_f^*(t)$ sont définies par :

$$y_f(t) = \frac{1}{D(q^{-1})}y(t) \tag{4}$$

$$y_f^*(t) = \frac{1}{D(q^{-1})}y^*(t) \tag{5}$$

1.1 Question 1

A l'aide du modèle (1), du modèle de perturbations (2) et de la définition de $y_f(t)$, déterminer l'expression de $y_f(t+d+1)$ en fonction de $u(t)$ et de $\gamma(t)$.

1.2 Question 2

En déduire que pour la détermination d'un prédicteur optimal à d+1 pas de $y_f(t)$ il est nécessaire d'effectuer une division polynomiale et donner l'expression de cette division polynomiale. On notera $E(q^{-1})$ et $F(q^{-1})$ respectivement le quotient et le reste de cette division polynomiale.

1.3 Question 3

Déterminer l'expression du predicteur optimal à d+1 pas de $y_f(t)$. On notera ce prédicteur $\hat{y}_f(t+d+1/t)$

1.4 Question 4

Déterminer la loi de commande qui minimise le critère quadratique (3) et calculer les polynômes du régulateur R - S - T équivalent. Pour rappel, la structure R-S-T s'écrit sous la forme :

$$R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})u(t) = T(q^{-1})y^*(t+d+1) \tag{6}$$

1.5 Question 5

Montrer que le polynôme caractéristique peut s'écrire sous la forme simplifiée

$$P_c(q^{-1}) = C(q^{-1})\left(B(q^{-1}) + \frac{\lambda}{b_0}A(q^{-1})D(q^{-1})\right) \tag{7}$$

1.6 Question 6

Déterminer les performances en poursuite en sortie et montrer que si le système asservi est stable alors la sortie $y(t)$ converge vers la consigne $y^*(t)$ si celle-ci est un échelon.

2 Exercice 2

On considère le système décrit par le modèle suivant :

$$y(t) = q^{-d-1}\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}\left(u(t) + v_u(t)\right) \tag{8}$$

avec le modèle de perturbations suivant :

$$D(q^{-1})v_u(t) = C(q^{-1})\gamma(t) \tag{9}$$

On remarquera que $v_u(t)$ est une perturbation d'entrée.

L'objectif de l'exercice est de déterminer un prédicteur à j pas de la sortie de ce système.

2.1 Question 1

Déterminer l'expression de $y(t+j)$ en fonction des signaux u et γ.

2.2 Question 2

Préciser les signaux disponibles à l'instant t et ceux qui ne le sont pas.

A cet effet, il sera très utile de constater que l'effet de la perturbation $v_u(t)$ sur la sortie y(t) apparaît avec un retard $d+1$. A titre d'exemple, $\gamma(t)$ ne peut donc pas être considéré comme disponible à l'instant t puisqu'il n'agit pas sur $y(t)$ ou sur les sorties passées.

2.3 Question 3

En déduire que pour la détermination d'un prédicteur optimal à j pas de $y(t)$ il est nécessaire d'effectuer une division polynomiale et donner l'expression de cette division polynomiale. On notera $E(q^{-1})$ et $F(q^{-1})$ respectivement le quotient et le reste de cette division polynomiale. **Pour déterminer le rang auquel il faudra arrêter la division, il est nécessaire d'utiliser le résultat de la question 2**

2.4 Question 4

Déterminer l'expression du prédicteur optimal à j pas.

ENSICAEN, 6 boulevard Maréchal Juin
CS45053 - 14050 Caen Cedex 4, Tél. : +33 (0)2 31 53 81 71