Définition : Produit de convolution

Le produit de convolution de deux signaux $x(t)$ et $y(t)$, noté $(x \star y)(t)$, est défini par :

$$(x \star y)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t-\tau) d\tau$$

τ est la variable muette du produit de convolution.
Exemple : Produit de convolution de deux fonctions portes de largeur $L = 1$
Soit $x(t) = y(t) = \Pi_1(t)$, deux fonctions portes de largeur $L = 1$.
Le produit de convolution s'exprime sous la forme :

$$(x \star y)(t) = \int_{-1/2}^{+1/2} \Pi_1(t-\tau) d\tau = \int_{t-1/2}^{t+1/2} \Pi_1(u) du$$

- Si $t < -1$ ou $t > 1$, $(x \star y)(t) = 0$
- Si $-1 < t \leq 0$, $(x \star y)(t) = \int_{-1/2}^{t+1/2} 1(u) du = 1 + t$
- Si $0 \leq t < 1$, $(x \star y)(t) = \int_{t-1/2}^{1/2} 1(u) du = 1 - t$

On a donc :

$$(x \star y)(t) = \left\{ \begin{array}{cc} 1 - |t| & si - 1 < t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{array} \right\}$$