ENSICAEN
Spécialité Génie Physique et Systèmes Embarqués
Deuxième année, majeure SATE

Examen de Commande Prédictive

Mercredi 11 Janvier 2023, durée : 1h30

**Aucun documents autorisés. Calculatrice autorisée.**

---

Le sujet contient 2 exercices qui sont indépendants.

# 1 Exercice 1

On considère le système décrit par le modèle suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d-1}B(q^{-1})u(t) + v(t) \tag{1}$$

avec le modèle de perturbations suivant :

$$D(q^{-1})v(t) = C(q^{-1})\gamma(t) \tag{2}$$

On souhaite déterminer la loi de commande prédictive à un pas qui minimise le critère quadratique suivant

$$J(u(t)) = \varepsilon \left\{ \left(W_1(q^{-1})(y(t+d+1) - y^*(t+d+1))\right)^2 + (W_2(q^{-1})u(t))^2 \right\} \tag{3}$$

où $\varepsilon\{.\}$ désigne l'espérance mathématique et $W_1(q^{-1})$ et $W_2(q^{-1})$ sont des filtres à réponse impulsionnelle finie et dont les racines sont dans le domaine de stabilité.

## 1.1 Question 1

Quel est, d'après le critère à minimiser, le signal dont il faut déterminer un prédicteur à d+1 pas. On notera $y_f(t)$ ce signal. On utilisera également par la suite les notations $y_f^*(t)$ et $u_f(t)$ pour désigner les versions filtrées de $y^*(t)$ et $u(t)$ avec le même filtre qui celui qui a permis de définir $y_f(t)$.

## 1.2 Question 2

Déterminer l'expression de $y_f(t+d+1)$ et en déduire que la synthèse d'un prédicteur à d+1 pas nécessite l'utilisation d'une division polynomiale dont on donnera l'expression.

## 1.3 Question 3

Déterminer l'expression du prédicteur à d+1 pas de $y_f(t)$. On notera ce prédicteur $\hat{y}_f(t+d+1/t)$

### 1.4 Question 4

Déterminer la loi de commande qui minimise le critère quadratique (3) et calculer les polynômes du régulateur R - S - T équivalent. Pour rappel, la structure R-S-T s'écrit sous la forme :

$$R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})u(t) = T(q^{-1})y^*(t+d+1) \tag{4}$$

### 1.5 Question 5

Déterminer le polynôme caractéristique du système de commande.

### 1.6 Question 6

Déterminer les performances en poursuite et déterminer une condition sur les filtres $W_1(q^{-1})$ et/ou $W_2(q^{-1})$ qui permet d'assurer une poursuite sans erreur statique pour une consigne de type échelon et si le système de commande est stable.

## 2 Exercice 2

On considère le système décrit par le modèle suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d-1}B(q^{-1})u(t) + v_1(t) + v_2(t) \tag{5}$$

avec les modèles de perturbations suivants :

$$D_1(q^{-1})v_1(t) = C_1(q^{-1})\gamma(t) \tag{6}$$

$$D_2(q^{-1})v_2(t) = C_2(q^{-1})\gamma(t) \tag{7}$$

**On remarquera que l'entrée des deux modèles de perturbations est la même en l'occurence** $\gamma(t)$.

L'objectif de l'exercice est de déterminer un prédicteur à j pas de la sortie de ce système.

### 2.1 Question 1

Déterminer l'expression de $y(t+j)$ en fonction des signaux $u$ et $\gamma$.

### 2.2 Question 2

En déduire que pour la détermination d'un prédicteur optimal à j pas de $y(t)$ il est nécessaire d'effectuer deux divisions polynomiales et donner l'expression de ces divisions polynomiales. On notera $E_1(q^{-1})$ et $F_1(q^{-1})$ respectivement le quotient et le reste de la première division polynomiale et $E_2(q^{-1})$ et $F_2(q^{-1})$ respectivement le quotient et le reste de la deuxième division polynomiale

### 2.3 Question 4

Déterminer l'expression du prédicteur optimal à j pas.

ENSICAEN, 6 boulevard Maréchal Juin
CS45053 - 14050 Caen Cedex 4, Tél. : +33 (0)2 31 53 81 71
© Ce document est la propriété de l'ENSICAEN, il ne peut être ni communiqué, ni reproduit sans son autorisation.