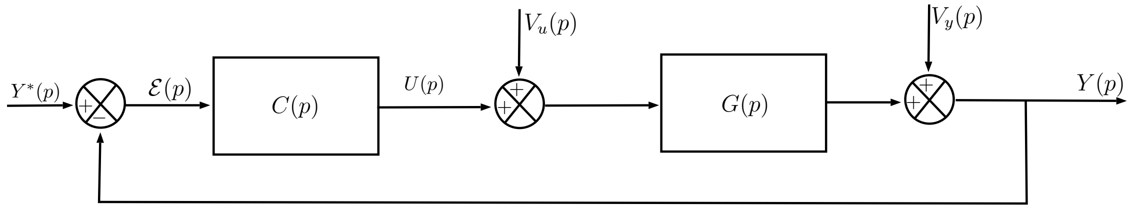
ENSICAEN - Spécialité Electronique et Physique Appliquée 1A

Systèmes Asservis

TD03 - Performances

Exercice 1.

Un système asservi est composé d'un procédé et d'un régulateur, respectivement de fonctions de transfert $G(p)$ et $C(p)$:



1) Exprimer la fonction de transfert de l'erreur $\varepsilon(p)$ en fonction de $G(p)$ et de $C(p)$ et vis-à-vis des différentes entrées $Y^*(p)$ (consigne), $V_u(p)$ (perturbation d'entrée), $V_y(p)$ (perturbation de sortie). Dessiner le schéma-bloc correspondant.
2) On suppose que $G(p) = \frac{0.5}{(1+p)(1+5p)(1+10p)}$ et $C(p) = K_p$ avec $K_p > 0$
   - 2.a) Choisir K_p afin d'assurer une erreur de position $|\varepsilon_p| \leq 0.1Y_0$ en réponse à un échelon de consigne $y^*(t) = Y_0\alpha(t)$ où Y_0 est une constante réelle non nulle.
   - 2.b) Que vaut cette erreur si $C(p) = K_p\frac{1+T_ip}{T_ip}$ $(K_p, T_i > 0)$? Justifier.
3) On suppose maintenant que $G(p) = \frac{0.5}{p(1+p)(1+5p)(1+10p)}$ et $C(p) = K_p$ avec $K_p > 0$. Comment choisir K_p si l'on veut garantir les performances suivantes :
   — une erreur de position nulle $\varepsilon_p = 0$,
   — une erreur de traînage $|\varepsilon_t| \leq 0.1W_0$, en réponse à une rampe de consigne $y^*(t) = W_0t\alpha(t)$.
4) On suppose maintenant que $G(p) = \frac{0.1}{(1+10p)^3}$ et $C(p) = K_p$ avec $K_p > 0$. Choisir K_p afin d'assurer une erreur de position $|\varepsilon_p| \leq 0.1Y_0$, en réponse à un échelon de consigne $y^*(t) = Y_0\alpha(t)$ où Y_0 est une constante réelle non nulle.

Exercice 2.

Nous considérons ici un système asservi composé d'un procédé de fonction de transfert $G(p) = \frac{0.5}{(1+p)(1+5p)(1+10p)}$ et $C(p) = K_p$ avec $K_p > 0$.

1) Comment choisir K_p si l'on veut garantir une erreur de position $|\varepsilon_p| \leq 0.1V_0$, en réponse à :
   — un échelon de perturbation en entrée $v_u(t) = V_0e(t)$ où V_0 est une constante réelle non nulle,
   — un échelon de perturbation en sortie $v_y(t) = V_0e(t)$ uù V_0 est une constante réelle non nulle.
2) On suppose maintenant que $G(p) = \frac{0.5}{p(1+p)(1+5p)(1+10p)}$ et $C(p) = K_p$ avec $K_p > 0$. Comment choisir K_p si l'on veut garantir les performances suivantes :
   — une erreur de position nulle en réponse à un échelon de perturbation en sortie : $v_y(t) = V_0e(t)$ où V_0 est une constante réelle non nulle,

— une erreur de position $|\varepsilon_p| \leq 0.1V_0$, en réponse à un échelon de perturbation en entrée : $v_u(t) = V_0 e(t)$ où V_0 est une constante réelle non nulle.

Exercice 3.

On suppose maintenant que $G(p) = \frac{K}{(1+\tau p)}$ avec $K = 2$ et $\tau = 4s$ et $C(p) = K_{p1}$ avec $K_{p1} = 1$.

1) Calculer la fonction de transfert en boucle fermée appelée $F(p)$. Montrer qu'elle correspond à un système du premier ordre dont on précisera le nouveau gain statique $\bar{K}$ et la nouvelle constante de temps $\bar{\tau}$ (ces deux paramètres étant exprimés en fonction de K_{p1} et τ).
2) Calculer l'erreur de position ε_{p1} et l'erreur de traînage ε_{t1} en fonction de K_{p1} lorsque le signal d'excitation du système est l'entrée de consigne.
3) Quelle valeur doit-on prendre pour K_{p2} si l'on veut que le système en boucle fermée ait une constante de temps au moins 5 fois plus petite que celle de $G(p)$?
4) Pour cette nouvelle valeur de K_p, calculer les nouvelles erreurs (ε_{p2} et ε_{t2}). Comparer avec les valeurs précédentes. Le fait d'imposer une rapidité minimale constitue-t-il une limitation à la précision statique ?

Exercice 4.

On suppose maintenant que $G(p) = \frac{1}{p^2+9p+10}$ et $C(p) = K_p$ avec $K_p > 0$.

1) Calculer la fonction de transfert en boucle fermée appelée $F(p)$. Montrer qu'elle correspond à un système du second ordre. Mettre $F(p)$ sous forme canonique et exprimer ces paramètres caractéristiques en fonction de K_p.
2) Établir l'expression de l'erreur de position ε_{p1} lorsque le signal d'excitation du système est l'entrée de consigne.
3) Déterminer la valeur limite de K_p pour que le système en boucle fermée présente une réponse indicielle de nature apériodique.
4) Le fait d'imposer une dynamique sans dépassement constitue-t-il une limitation à la précision statique ?

Exercice 5.

Un système asservi est composé d'un procédé de fonction de transfert $G(p) = \frac{0.05}{p(1+p)(1+5p)}$ et d'un régulateur choisi de type gain proportionnel $C(p) = K_p$. On convient de mesurer la bande passante du système asservi par la pulsation ω_{c0} pour laquelle $|C(\omega_{c0})G(\omega_{c0})| = 1$.

1) Tracer l'allure asymptotique du diagramme de Bode de $G(p)$.
2) En utilisant le diagramme de Bode suivant

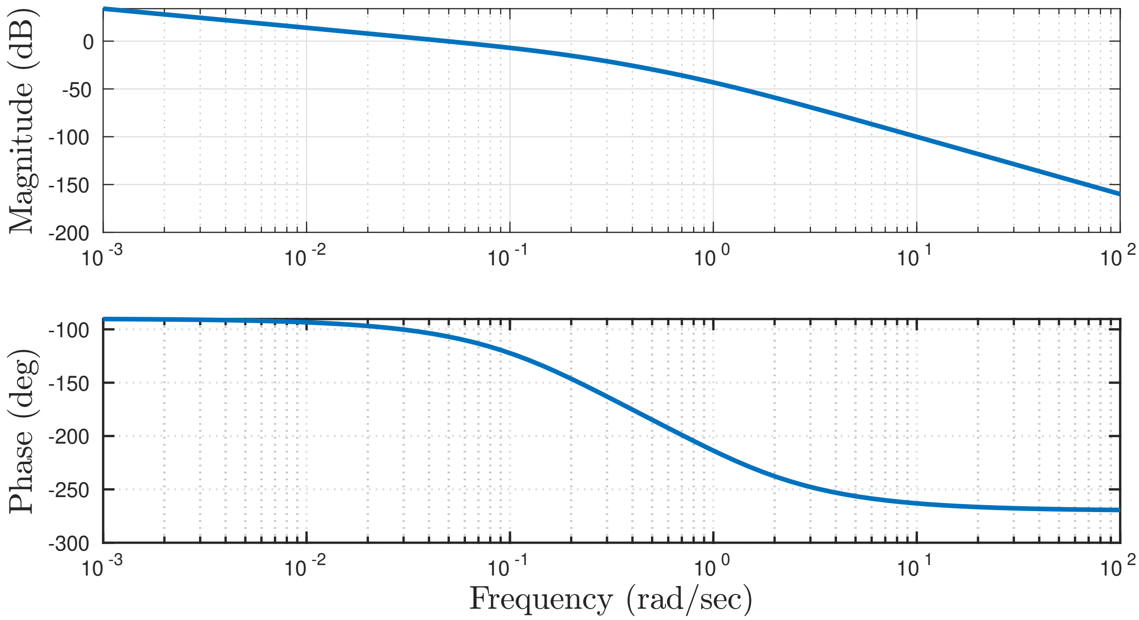


FIGURE 1 – Bode de $G(p)$

lire sur le la pulsation ω_{c0} pour K_{p1}.

3) Observer et commenter les dynamiques des tracés des signaux $u(t)$ et $y(t)$ fournis sur la figure suivante

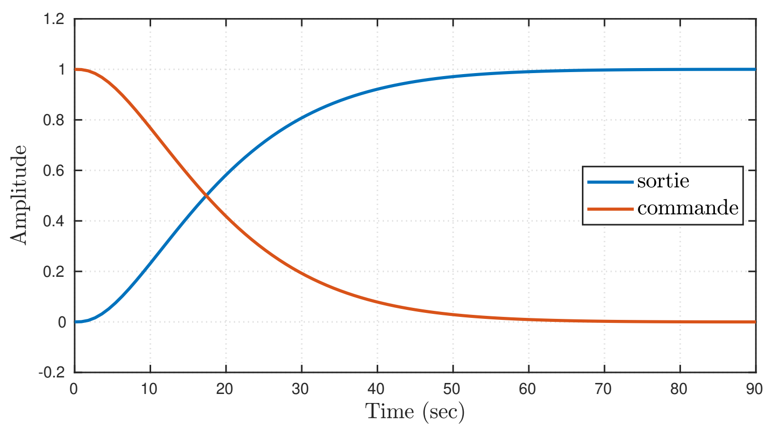


FIGURE 2 – Réponse indicielle du système en boucle fermée avec $K_p = 1$

Mesurer le temps de réponse à 95%.

4) Comment choisir le gain K_p si l'on veut que la bande passant du système asservi soit multiplié par un facteur 10 ? Ce choix est-il pertinent ?

5) Pour éviter de déstabiliser le système et de saturer les actionneurs, on utilisera $K_p = 10$. Observer et commenter les dynamiques des tracés fournis des signaux $u(t)$ et $y(t)$ sur la figure suivante

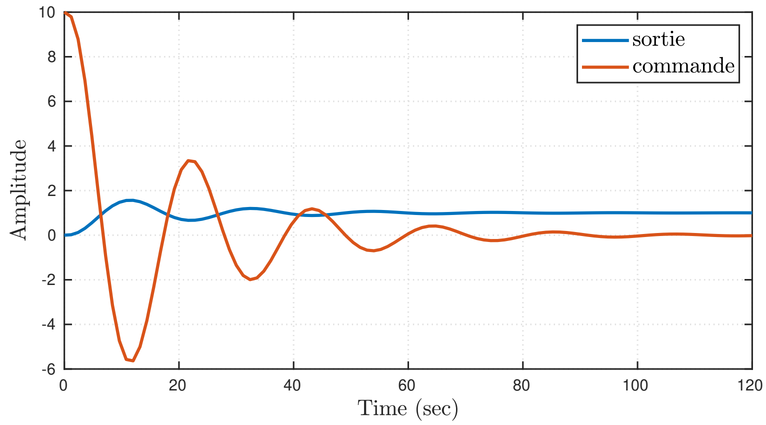


FIGURE 3 – Réponse indicielle du système en boucle fermée avec $K_p = 10$

Mesurer le temps de réponse à 95%. Le comparer avec la question 3).

6) Mesurer la nouvelle bande passante. Son augmentation est-elle comparable avec la variation du temps de réponse ?

7) Le fait d'augmenter la bande passante permet-il de diminuer le temps de réponse ? Peut-on utiliser un autre indicateur sur la réponse temporelle afin de mettre en évidence la rapidité des systèmes ?

Exercice 6.

Un système asservi est composé d'un procédé de fonction de transfert $G(p) = \frac{0.5}{p(1+0.1p)}$ et d'un correcteur de fonction de transfert $C(p) = K_p$ avec $K_p > 0$. On décide d'analyser la précision dynamique pour 2 types d'asservissement : avec $K_{p1} = 2$ et $K_{p2} = 20$.

1) Tracer l'allure du diagramme de Bode de $L(p) = C(p)G(p)$. Déterminer la pulsation de coupure à $0dB$ dans les deux cas. Vérifier vos résultat à l'aide de la figure suivante :

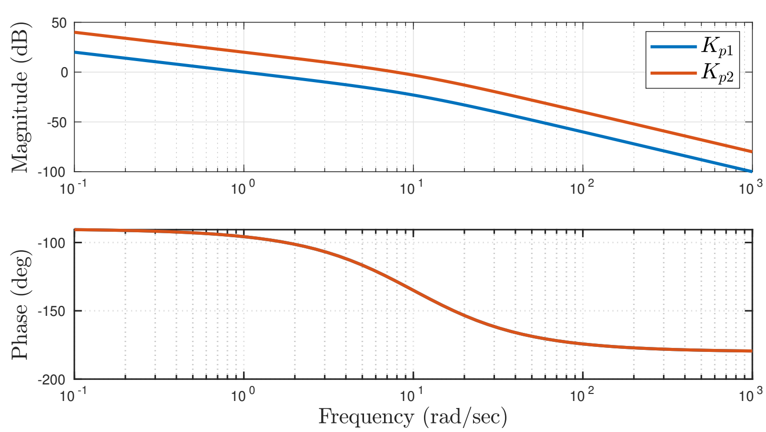


FIGURE 4 – Réponse harmonique de $L(p)$ avec $K_p = 2$ et $K_p = 20$

2) Calculer le rapport entre le temps de réponse à 5% et la bande passante dans les deux cas. Sont-ils comparables ?

3) Dans les 2 cas, calculer la fonction de transfert en boucle fermée, son facteur d'amortissement.

   3.a) En déduire la valeur du premier dépassement D_1 sur la réponse indicielle.

3.b) Calculer les pôles de la boucle fermée. Retrouver le facteur d'amortissement d'après la valeur des pôles.

3.c) Vérifier les dépassements sur les réponses indicielles en boucle fermée données sur la figure suivante :

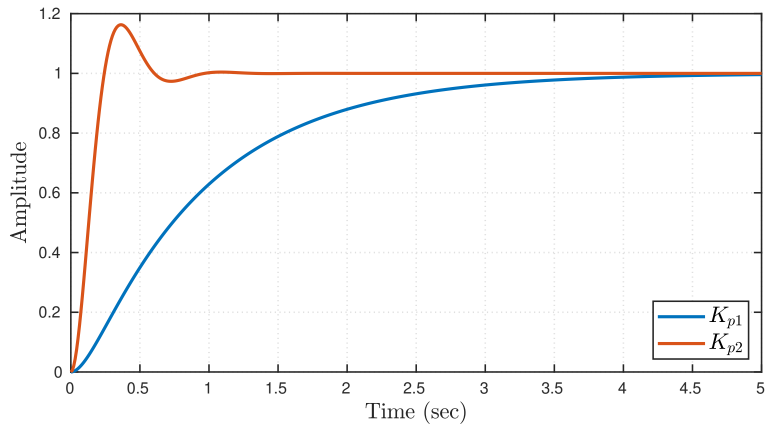


Figure 5 – Réponses indicielles en boucle fermée

4) Analyser les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaires (figures 6 et 7) de manière à déterminer les perturbations qui seront rejetées par l'asservissement. La réponse à une perturbation de commande est donnée sur les figures 8 et 9. Mesurer son influence sur la sortie (en %). Pouvait-on prévoir ce comportement à partir des fonctions de sensibilité S et T ?

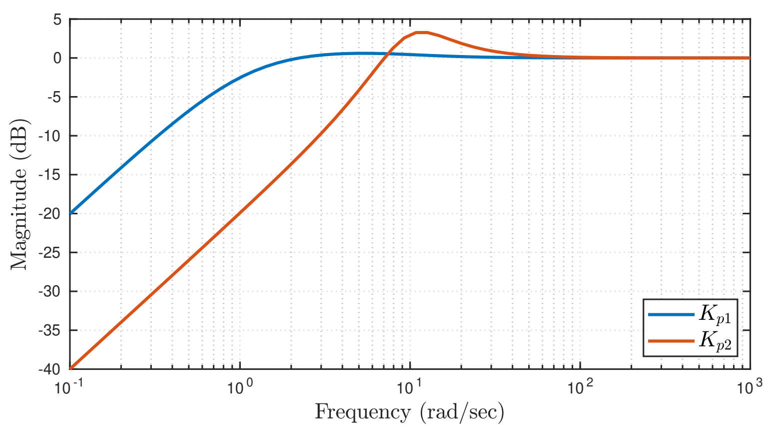


Figure 6 – Module de la fonction de sensibilité de la boucle fermée

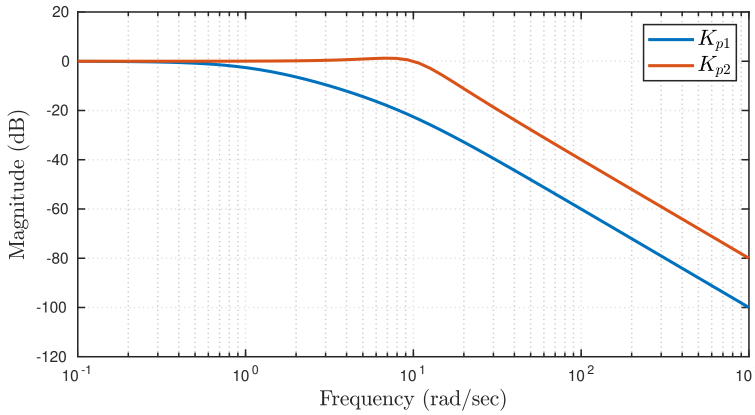


FIGURE 7 – Module de la fonction de sensibilité complémentaire de la boucle fermée

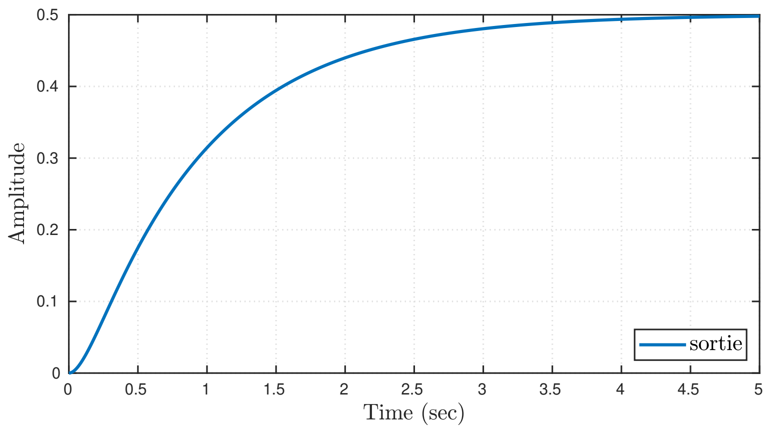


FIGURE 8 – Sortie de la boucle fermée à une perturbation échelon d'entrée avec $K_p = 2$

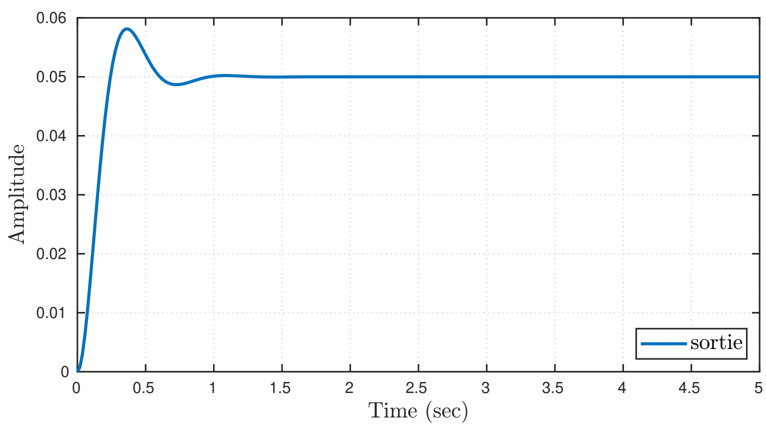


FIGURE 9 – Sortie de la boucle fermée à une perturbation échelon d'entrée avec $K_p = 20$