ENSICAEN – 1ère année Matériaux Chimie
Année 2023-2024 – Semestre 5

# Mathématiques

8 novembre 2023 – 1h30 – Patricia Jouannot-Chesney
Aucun document autorisé
Calculatrice interdite

Le barème est donné à titre indicatif

## EXERCICE 1 (3 points environ)

Donner les solutions **réelles** du système différentiel suivant : $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - y(t) \\ y'(t) = x(t) + 2y(t) \end{cases}$

## EXERCICE 2 (6 points environ)

Résoudre le système différentiel suivant : $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + 3y(t) + 4t + 1 + 7exp(-t) \\ y'(t) = 4x(t) + 3y(t) + 2t + 4 \end{cases}$

## EXERCICE 3 (4 points environ)

Résoudre le système différentiel suivant : $\begin{cases} x'(t) = -3x(t) - y(t) + 7exp(3t) \\ y'(t) = 4x(t) - 7y(t) + 6exp(3t) \end{cases}$

## EXERCICE 4 (4 points environ)

Soit la fonction $f(x,y)$ de classe $C^2$, définie sur $R^2$ : $f(x,y) = x^3 + 4xy - y^2 + 2y + 2$.

**1)** Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $f$ sur $R^2$.

**2)** Déterminer le (ou les) point(s) critique(s) de $f$ sur $R^2$. Préciser la nature de ce (ou ces) point(s).

## EXERCICE 5 (3 points environ)

Soient $f$ et $F$ deux fonctions à valeurs réelles, de classe $C^2$ sur $R^2$. Les variables de $f$ sont $(x,y)$ et celles de $F$ s'appellent $(u,v)$. Le lien entre $f$ et $F$ est $f(x,y) = F(u,v)$, où $u = U(x,y) = ax + by$ et $v = V(x,y) = cx + dy$, avec a, b, c et d des constantes réelles.

**1)** Quelle est la condition que doit vérifier le quadruplet (a, b, c, d) pour que l'application $\emptyset$ définie par $\emptyset(x,y) = (u,v)$ soit bijective de $R^2$ vers $R^2$, et donc inversible ?

**2)** Exprimer les dérivées partielles premières de $f$ à l'aide de celles de $F$.

**3)** On choisit les valeurs a=3 et b=2. Que devient la condition donnée au 1 ? Montrer que la résolution de l'équation aux dérivées partielles $2\frac{\partial f}{\partial x} - 3\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ se ramène à la résolution de $\frac{\partial F}{\partial v} = c$ où c est une constante à déterminer. Résoudre l'équation $\frac{\partial F}{\partial v} = c$ et en déduire la solution générale $f(x,y)$ de l'équation aux dérivées partielles $2\frac{\partial f}{\partial x} - 3\frac{\partial f}{\partial y} = 0$.