ENSICAEN
Spécialité Electronique et Physique Appliquée
Deuxième année, majeure SATE

Examen de Commande Prédictive

Vendredi 17 Janvier 2020, durée : 1h30

Documents autorisés : polycopié de cours et documents manuscrits personnels

---

Le sujet contient 2 exercices qui sont indépendants.

1 Exercice 1

On considère le système décrit par le modèle suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d-1}B(q^{-1})u(t) + v(t) \tag{1}$$

avec le modèle de perturbations suivant :

$$D(q^{-1})v(t) = \gamma(t) \tag{2}$$

On remarquera donc que le polynôme $C(q^{-1}) = 1$.

On souhaite déterminer la loi de commande prédictive à un pas qui minimise le critère quadratique suivant

$$J(u(t)) = \varepsilon\left\{\left(P(q^{-1})(y(t+d+1) - y^*(t+d+1))\right)^2\right\} \tag{3}$$

où $\varepsilon\{.\}$ désigne l'espérance mathématique et $P(q^{-1})$ est un filtre à réponse impulsionnelle finie stable c'est à dire un **polynôme de degré fini**. Par la suite, on utilisera les notations suivantes :

$$y_p(t) = P(q^{-1})y(t) \tag{4}$$

$$u_p(t) = P(q^{-1})u(t) \tag{5}$$

$$y_p^*(t) = P(q^{-1})y^*(t) \tag{6}$$

1.1 Question 1

Déterminer l'expression de $y_p(t+d+1)$ en fonction des signaux u_p et γ. **Pour débuter le calcul, on suggère d'opérer par** $P(q^{-1})$ **sur** (1) **et d'utiliser la commutativité des opérateurs**.

1.2 Question 2

En déduire que pour la détermination d'un prédicteur optimal à d+1 pas de $y_p(t)$ il est nécessaire d'effectuer une division polynomiale et donner l'expression de cette division polynomiale. On notera $E(q^{-1})$ et $F(q^{-1})$ respectivement le quotient et le reste de cette division polynomiale.

1.3 Question 3

Montrer que le prédicteur optimal à d+1 pas s'écrit sous la forme

$$\hat{y}_p(t+d+1/t) = \frac{F(q^{-1})}{P(q^{-1})} y_p(t) + \frac{B(q^{-1})E(q^{-1})D(q^{-1})}{P(q^{-1})} u_p(t) \tag{7}$$

1.4 Question 4

Déterminer la loi de commande qui minimise le critère quadratique (3) et calculer les polynômes du régulateur R - S - T équivalent. Pour rappel, la structure R-S-T s'écrit sous la forme :

$$R(q^{-1})y(t) + S(q^{-1})D(q^{-1})u(t) = T(q^{-1})y^*(t+d+1) \tag{8}$$

1.5 Question 5

Montrer que le polynôme caractéristique peut s'écrire sous la forme simplifiée $P_c(q^{-1}) = B(q^{-1})P(q^{-1})$

1.6 Question 6

Déduire de la question précédente que cette loi de commande réalise une poursuite parfaite.

2 Exercice 2

On considère le système décrit par le modèle suivant :

$$y(t) = q^{-d-1} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + v_y(t) \tag{9}$$

avec le modèle de perturbations suivant :

$$D(q^{-1})v_y(t) = C(q^{-1})\gamma(t) \tag{10}$$

On remarquera que $v_y(t)$ est une perturbation de sortie, cas différent de celui étudié en cours .

L'objectif de l'exercice est de déterminer un prédicteur à j pas de la sortie de ce système.

2.1 Question 1

Déterminer l'expression de $y(t+j)$ en fonction des signaux u et γ.

2.2 Question 2

En déduire que pour la détermination d'un prédicteur optimal à j pas de $y(t)$ il est nécessaire d'effectuer une division polynomiale et donner l'expression de cette division polynomiale. On notera $E(q^{-1})$ et $F(q^{-1})$ respectivement le quotient et le reste de cette division polynomiale.

2.3 Question 3

Montrer que le prédicteur optimal s'écrit sous la forme

$$\hat{y}(t+j/t) = \frac{F(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) + \frac{B(q^{-1})E(q^{-1})D(q^{-1})}{C(q^{-1})A(q^{-1})} u(t+j-d-1) \tag{11}$$

ENSICAEN, 6 boulevard Maréchal Juin
CS45053 - 14050 Caen Cedex 4, Tél. : +33 (0)2 31 53 81 71