## PILOTAGE AUTOMATIQUE D'UN VEHICULE SPATIAL

Le diagramme fonctionnel de la figure 1 représente un asservissement classique de l'angle de tangage d'un véhicule spatial. L'actionneur est constitué par un asservissement dédié à l'angle de braquage de la tuyère de tangage. La boucle de retour est constituée d'une centrale inertielle, qui mesure l'angle de tangage (position du véhicule spatial), et d'un gyromètre dont la sortie est proportionnelle à la dérivée de l'angle de tangage par rapport au temps (vitesse angulaire du véhicule spatial). Le bloc de pilotage détermine la commande à appliquer à la tuyère de tangage en fonction de l'erreur de position actuelle. Il est généralement réalisé avec un régulateur  $\mathcal{PID}$  conçu à partir d'une approche fréquentielle qui relève beaucoup plus de l'art que de l'analytique. On remarquera que u(t)et y(t) désignent respectivement le signal de commande de l'angle de braquage de la tuyère de tangage et l'angle de tangage du véhicule spatial. Quant aux séquences  $\{v_a(t)\}$ et  $\{v_{\sigma}(t)\}$ , elles représentent les perturbations qui affectent respectivement le fonctionnement de l'actionneur et du véhicule spatial et sont du type échelon modulo un filtrage.



Figure 1: Pilotage automatique d'un véhicule spatial



Figure 2: Le système à commander



Figure 3: Pilotage automatique  $\mathcal{PID}$ 



Figure 4: Pilote automatique CREAIOBS

On notera que le système à commander correspondant est constitué de l'actionneur, i.e. la tuyère de tangage asservie, du véhicule spatial et des capteurs, i.e. la centrale inertielle et du gyromètre, comme l'indique la figure 2 où  $\{v(t)\}$  désigne l'ensemble des perturbations qui affectent le fonctionnement du système.

On se propose de repenser ce pilotage automatique à la lumière des possibilités offertes par l'approche d'état en supposant que l'actionneur et la centrale inertielle peuvent être représentés par des amplificateurs de gain unitaire, que le gyromètre est parfaitement décrit par une action dérivée de gain unitaire et que que le comportement dynamique du véhicule spatial peut être raisonnablement approximé par la fonction de transfert

$$\mathcal{G}(s) = \frac{\alpha \omega^2}{s^2 + \omega^2}$$

où  $\alpha$  et  $\omega$  sont des paramètres qui représentent l'efficacité du pilotage et l'efficacité aérodynamique. Ces paramètres sont déterminés à partir des caractéristiques géométriques et aérodynamiques du véhicule spatial.

Pour ce faire, on procédera progressivement en étudiant les systèmes de commande  $\mathcal{PID}$  et  $\mathcal{CREAIOBS}$  respectivement donnés par les figures 3 et 4. Ces deux systèmes de commande se distinguent par une action intégrale qui permet de réaliser une erreur statique nulle pour des séquences de référence et des perturbations du type échelon et diffèrent essentiellement par la disponibilité ou non de la mesure de la vitesse de tangage. Dans les deux cas, la dynamique dominante du pilote automatique que l'on cherche à concevoir est caractérisée par un mode d'amortissement unitaire et de pulsation propre  $\omega$ .

1) Montrer que le système peut être décrit par la représentation d'état suivante

$$\mathcal{VEHS} \begin{cases} \rho x_{\sigma}(t) = F_{\sigma} x_{\sigma}(t) + G_{\sigma} u(t) + \Gamma_{\sigma} v(t) \\ y(t) = H_{\sigma} x_{\sigma}(t) + E_{\sigma} v(t) \end{cases}$$

avec

$$x_{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ \frac{1}{\omega} \rho y(t) \end{pmatrix}$$
$$F_{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix}, \ G_{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \omega \end{pmatrix}, \ H_{\sigma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix},$$
$$\Gamma_{\sigma} = \begin{pmatrix} \gamma_{1} \\ \gamma_{2} \end{pmatrix} \quad et \quad E_{\sigma} = \nu$$

On précisera plus particulièrement la nature des variables d'état du système et de l'hypothèse faite sur les perturbations et on étudiera la stabilité.

Etudier la stabilité, la commandabilité et l'observabilité du système?

2) Montrer que l'action intégrale peut être associée au système comme suit

$$\mathcal{MODS} \begin{cases} \rho x(t) = Fx(t) + Gu(t) + \Gamma_p v(t) + \Gamma_r y^*(t) \\ y(t) = Hx(t) + Ev(t) \end{cases}$$

avec

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{pmatrix} x_{\sigma}(t) \\ x_{i}(t) \end{pmatrix} \\ F &= \begin{pmatrix} F_{\sigma} & 0 \\ -H_{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \ G &= \begin{bmatrix} G_{\sigma} \\ 0 \end{pmatrix}, \ H &= \begin{pmatrix} H_{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \\ \Gamma &= \begin{pmatrix} \Gamma_{\sigma} \\ -E_{\sigma} \end{pmatrix}, \ \Gamma_{r} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ et \ E &= E_{\sigma} \end{aligned}$$

Etudier la stabilité, la commandabilité, l'observabilité et la détectabilité d'un tel modèle.

- 3) Etudier le système de commande de la figure 3 comme suit
  - Donner une réalisation d'état du système de commande
  - Déterminer les gains  $K_{\sigma}$  et  $K_i$  qui permettent de conférer au système de commande avec retour d'état les performances dynamiques requises.
  - Montrer que le pilote automatique réalise bien une erreur statique nulle pour des séquences de références du type échelon.
- 4) Etudier le système de commande de la figure 4en utilisant un observateur décrit par

$$\mathcal{OBS} \left\{ \rho \hat{x}_{\sigma}(t) = \left(F_{\sigma} - M_{\sigma}H_{\sigma}\right) \hat{x}_{\sigma}(t) + G_{\sigma}u(t) + M_{\sigma}y(t) \right\}$$

où  $M_\sigma$  désigne le gain d'observation. Pour ce faire, on suggère de procéder comme sut

- Montrer que l'observateur est biaisé et déterminer  $M_{\sigma}$  de manière à réaliser une dynamique d'observation caractérisée par un amortissement unitaire et une pulsation propre  $\omega_o = \gamma \omega$  avec  $\gamma \geq 3$ .
- Donner une réalisation d'état du système de commande et étudier sa stabilité.
- Montrer que le système de commande réalise bien une erreur statique nulle pour une séquence de référence du type échelon.
- Montrer que la loi de commande avec retour d'état incorporant un observateur peut se mettre sous la forme usuelle

$$\rho S(\rho)u(t) + R(\rho)y(t) = T(\rho)y^*(t)$$

On précisera les expressions des polynômes  $S(\rho)$ ,  $R(\rho)$  et  $T(\rho)$ .

5) Proposer un système de pilotage réalisant les performances désirées tout en réalisant une estimation des perturbations pour des considérations de diagnostic.